

2.4 ACCADEMIA DEI LINCEI

E. Bombieri

ENNIO DE GIORGI,

Rend. Suppl. Acc. Lincei – Serie IX – vol. VIII, 105–114 (1997)

Commemorazione tenuta nella seduta del 9 maggio 1997.

Signore, Signori, Illustri Colleghi,

Il ricordare gli amici scomparsi rappresenta una importante, seppure triste, pausa di riflessione. Da una parte, il ricordo rafforza il senso di vuoto che proviamo, dall'altra, fa rivivere la memoria di una figura a noi cara e ci fa meditare.

Quando si parla di Ennio De Giorgi balzano subito in mente due parole: scienziato e maestro. Ben raramente queste due caratteristiche, il ricercatore e creatore di nuove idee e il paziente maestro circondato dai suoi allievi, si trovano così ben fuse tra loro come sono state in Ennio De Giorgi.

La prima caratteristica si rivela in De Giorgi come una dote innata, completamente spontanea, che al suo primo sbocciare è già completa e affinata. Questa sua naturale abilità di matematico venne immediatamente notata da Mauro Picone, suo primo maestro, il quale ne parlò caldamente a Faedo come di una grande promessa e di un futuro genio matematico. In questo modo vennero gettate le basi per la sua chiamata alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dove rimase per oltre trenta anni fino alla sua morte, avvenuta quando era ancora nel pieno della sua attività scientifica.

De Giorgi ha un posto assolutamente unico nel campo dell'analisi matematica, e con questo mi riferisco non solo alla matematica italiana ma alla matematica mondiale. Pertanto vorrei adesso ricordare alcune tappe salienti del pensiero di De Giorgi matematico, con l'intento di illustrare l'originalità, la profondità e l'importanza dei suoi contributi.

Il primo grandissimo risultato di De Giorgi apparve in una breve pubblicazione in una oscura raccolta di "Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino", intitolata: *Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari*. Dico oscura, poiché si trattava di una pubblicazione non periodica e di scarsa diffusione. Questo fece sì che il riconoscimento in campo internazionale di questo lavoro avvenne con un certo ritardo rispetto all'importanza del lavoro stesso.

Il problema ivi trattato è fondamentale e pertanto merita alcune parole di natura tecnica che servano ad inquadrarlo. Storicamente, i suoi primordi risalgono ad Eulero, Lagrange, Dirichlet, Riemann e fu posto su basi generali da Hilbert nel suo famoso discorso al Congresso Internazionale dei Matematici a Parigi nel 1900, nel quale propose 23 problemi rappresentativi della sua visione del futuro sviluppo della matematica nel XX secolo. Il problema in questione è il diciannovesimo problema di Hilbert. In breve, possiamo descriverlo come segue.

Immaginiamo di volere studiare lo stato di equilibrio di un sistema fisico

governato da leggi semplici, per esempio la forma di una membrana elastica che ha come contorno un anello rigido di acciaio, non necessariamente circolare ma con un bordo curvo di forma abbastanza arbitraria. Usualmente, questo stato di equilibrio corrisponde ad uno stato di energia minima del sistema. In ogni punto, questa energia è data da

$$f(x, u, \nabla u) dx,$$

dove x è la posizione del punto, dx è l'elemento infinitesimale di volume, u è una funzione di x che descrive lo stato del sistema e ∇u , il gradiente di u , misura lo spostamento infinitesimale da uno stato ad un altro stato vicino. L'energia totale è l'integrale

$$\int f(x, u, \nabla u) dx,$$

e vogliamo minimizzare questo integrale quando u descrive tutti i possibili stati del nostro sistema fisico. La funzione f è di natura semplice, in molti casi analitica nelle sue variabili e soddisfacente ad una condizione di convessità rispetto al gradiente ∇u . La convessità normalmente risulta dalla struttura fisica del sistema e non è imposta come un artificio per semplificare la trattazione matematica del problema.

La questione posta da Hilbert era quella di verificare se le soluzioni di questo problema fossero anch'esse regolari e analitiche. Di nuovo, non si tratta di elucubrazioni astratte: il determinare se l'equilibrio di un sistema fisico è raggiunto senza discontinuità o rotture è chiaramente di importanza fondamentale.

La storia di questo problema è lunga e difficile. Il primo contributo di rilievo, risalente al 1904, è di Sergei Bernstein (un nome che riapparirà in futuro nelle ricerche di De Giorgi). Successivamente, una teoria di esistenza, unicità e regolarità delle soluzioni venne sviluppata da numerosi autori, tra i quali ricorderò Leray e Schauder. Questa teoria si applica bene qualora si disponga di una opportuna informazione iniziale sulle soluzioni del problema, supponendo che esista una soluzione. In termini tecnici, occorrono quello che i matematici chiamano maggiorazioni *a priori*, nome che deriva dal fatto che queste maggiorazioni sono ottenute ammettendo *a priori* l'esistenza della soluzione. Ad esempio, dire che la soluzione deve avere energia finita è una maggiorazione *a priori*. In alcuni casi, come quello di condizioni al bordo favorevoli, il metodo delle barriere di Bernstein permette di ricavare maggiorazioni *a priori* utili. In generale, ottenere le maggiorazioni *a priori* necessarie è un problema difficile che dipende notevolmente dalla struttura dell'equazione. Così mentre la teoria di Leray e Schauder risale agli anni intorno al 1930, occorre attendere fino al 1951 prima che Ladyženskaya e indipendentemente il nostro Caccioppoli ottengano le stime *a priori* richieste per equazioni lineari del secondo ordine. Il caso non-lineare, ben di maggiore importanza, rimase completamente bloccato alla dimensione 2 e la soluzione generale del problema di Hilbert, già

nel caso di dimensione 3 corrispondente al nostro universo fisico, restava lontana. Chiaramente, occorre nuove idee.

Nel 1957 apparve il breve e fondamentale lavoro di De Giorgi che apriva una nuova ed impensata via per ottenere la maggiorazione *a priori* necessaria per studiare il problema di Hilbert nel caso di una sola equazione, per qualunque dimensione, ottenendo una risposta affermativa al problema. Restava ancora aperto il caso di un sistema di equazioni, ed ancora De Giorgi produsse circa dieci anni dopo un cruciale esempio che condusse alla costruzione di un sistema variazionale regolare nel senso di Hilbert, ma avente una soluzione discontinua. Quindi il problema generale di Hilbert ha risposta affermativa nel caso di una equazione, ma ha risposta negativa nel caso di sistemi di equazioni.

Una volta chiesi a De Giorgi come fosse arrivato alla sua idea per risolvere questo problema. Mi rispose allora come in realtà tutto fosse una conseguenza indiretta di un altro problema, assai più difficile, che stava studiando in quel momento, cioè quello degli isoperimetri in più dimensioni, e cominciò a spiegarmi le connessioni tra i due problemi. Mi resi allora conto che De Giorgi letteralmente vedeva queste funzioni di più variabili come oggetti geometrici nello spazio. Durante la sua spiegazione si aiutava con il movimento delle mani, come se toccasse una invisibile superficie e indicando dove faceva le sue operazioni e trasformazioni, tagliando e spostando invisibili masse da una parte all'altra, appiattendole e riempiendo i picchi e valli di questa superficie. Nel caso specifico, si trattava di prendere le curve di livello della superficie soluzione del problema e applicare i suoi risultati sugli isoperimetri. Era per me un modo inaspettato di fare l'analisi, una materia che usualmente richiede stime di natura assai fine che il matematico normale vede più facilmente attraverso le formule che attraverso la geometria. Forse l'unico altro matematico che ho conosciuto con un intuito geometrico simile a quello di De Giorgi è Luis Caffarelli, del quale De Giorgi era amico e aveva profonda stima.

In un certo senso, per Ennio le formule erano un ingombro inutile e più di una volta, discutendo alla lavagna un problema difficile, quando s'infervorava lo vidi scrivere formule errate mentre la descrizione verbale di quanto stesse facendo era chiarissima e perfettamente adeguata alla situazione. Ma questo è il marchio del genio, il poter considerare puro dettaglio ciò che per l'uomo comune sembra essere assolutamente essenziale. Questo modo di pensare alla matematica era per De Giorgi una seconda natura, una dote innata.

Nonostante questo suo talento, Ennio rimase sempre una persona modesta, mai sfiorata dalla vanità. Se lo studente, il professore, il collega non riusciva a seguire il suo pensiero egli si scusava, come se fosse venuto a mancare ai suoi doveri di maestro, e pazientemente riprendeva il filo del discorso ripartendo da un livello più basso. Mai ho avuto modo di osservarlo farsi prendere dall'impazienza o fare sfoggio della sua abilità di matematico per fare colpo sul pubblico. Questa sua caratteristica, dote assai rara tra i

grandi scienziati, lo rendeva avvicicabile agli studenti, e nessuno si sentiva intimidito con lui.

A questo proposito, vorrei ricordare il mio primo incontro ed alcune fasi della mia collaborazione con Ennio. Eravamo alla primavera del 1968 ed io ero professore straordinario, cioè di prima nomina, all'Università di Pisa. Uno dei miei colleghi, Guido Stampacchia, mi incoraggiava ad imparare nuove cose in analisi matematica, in particolare nel settore delle equazioni a derivate parziali ellittiche, e passavamo spesso le ore del pomeriggio nell'Istituto Matematico in Via Derna a discutere i suoi problemi. A quel tempo, De Giorgi aveva sviluppato uno dei più profondi capitoli del calcolo delle variazioni, la teoria delle frontiere orientate di misura minima, cioè le ipersuperficie di area minima considerate come bordo di insiemi nello spazio euclideo. Qui il problema centrale aperto era quello della regolarità delle soluzioni. Un giorno, Stampacchia mi informò che De Giorgi e Mario Miranda erano finalmente riusciti a dimostrare l'analiticità delle ipersuperficie di area minima in forma cartesiana, usando profondi teoremi di compattezza e un delicato procedimento per assurdo. A quel tempo, io non sapevo nemmeno cosa fosse l'equazione delle ipersuperficie di area minima e Stampacchia pazientemente me lo spiegò. Ci pensai su per alcuni giorni ed infine tornai da Stampacchia con una idea di come risolvere il problema della regolarità. Ovviamente, mi sbagliavo e Stampacchia con molto garbo mi spiegò che non avevo capito nulla, il problema non era quello di ottenere la regolarità hölderiana delle soluzioni, bensì la regolarità lipschitziana, ben più difficile da ottenere, e concluse consigliandomi di parlarne a De Giorgi.

In questo modo incontro Ennio, in un'aula dell'Istituto, immerso in una discussione con Mario Miranda, allora suo assistente e collaboratore. Provo a spiegare ad Ennio cosa ho in mente. Ennio mi sta ad ascoltare e alla fine mi dice che sì, è interessante ma ci ha già provato e il metodo non funziona poiché l'intersezione di una superficie minima con una sfera non è connessa e qui c'è una difficoltà fondamentale. La sua argomentazione è pacata ed è chiarissima. Io cerco di giustificarmi della brutta figura fatta e dico che sì, è verissimo, ma nel nostro caso dobbiamo intersecare con un cilindro e l'intersezione è automaticamente connessa poiché stiamo lavorando con il grafico di una funzione, quello che occorre è una disuguaglianza di Poincaré. Rivedendo questo momento a distanza di anni, mi rendo conto come qualunque altro matematico avrebbe scrollato le spalle, mi avrebbe detto che era già impegnato in una discussione, che era contento di avermi incontrato e mi avrebbe congedato. Invece Ennio sta ancora a sentire, ci pensa su qualche minuto poi dice: *Sì, si può fare*. Spiega a Mario come si fa. Io sto a sentire, non ci capisco nulla, è come essere improvvisamente elevati ad altezze mai prima raggiunte. Alla fine il nuovo metodo ha dei vantaggi, il risultato da qualitativo diventa quantitativo e così generosamente finisco come terzo collaboratore, con Ennio e Mario in questo lavoro.

Dopo questo primo incontro ci vedemmo spesso, nel suo studio alla Scuola Normale o all'Università, ed anche a casa mia per una cena ed un bridge,

che giocava con passione ma con uno stile personale, a metà tra la briscola e il tressette. Proprio da una di queste serate di bridge nacque la nostra seconda collaborazione. Alla fine della serata Ennio era in vena di chiacchierare e s' intrattenne più a lungo, parlando di matematica. Come regola, De Giorgi passava poco tempo in biblioteca e preferiva pensare per conto proprio sui problemi che lo interessavano, ritenendo (giustamente nel suo caso) che in questo modo gli fosse più facile mantenere un approccio originale. A quel tempo De Giorgi aveva sentito parlare dell' importante lavoro di James Simons sulla instabilità dei coni minimi di dimensione al più 6. Una delle conseguenze del lavoro di Simons era l' analiticità delle superficie minime non cartesiane nelle stesse dimensioni. Questo problema dell' analiticità stava molto a cuore a De Giorgi. Così, Ennio all' improvviso mi chiede se ho letto il lavoro di Simons. Gli rispondo di sì. Ennio ne vuole sapere di più e mi chiede altri particolari, in special modo la descrizione del cono stazionario costruito da Simons in dimensione 7 e se fosse difficile da capire. Rispondo che l' esempio è semplicissimo, si tratta del cono fatto sul prodotto di due sfere di dimensione 3 e di uguale raggio, e gli chiedo se si può dimostrare che una ipersuperficie minima con lo stesso bordo il cono è anch' essa invariante per il gruppo di simmetrie del bordo stesso. Ennio ci pensa su qualche minuto, poi si illumina, mi dice che è vero, il motivo è che si tratta di un gruppo continuo. È evidente che Ennio ha capito all' istante il motivo vero della mia domanda, non occorrono ulteriori spiegazioni. A questo punto tutto è chiaro: integrando rispetto al gruppo di simmetrie si fanno sparire 6 dimensioni, ne resta solo una, ciò vuol dire una equazione differenziale ordinaria del secondo ordine, certamente molto complicata ma forse studiabile. Alle sei del mattino abbiamo un ragionevole sistema di due equazioni differenziali ordinarie del primo ordine. Decidiamo di smettere ed accompagno Ennio all' Hotel Duomo, dove allora alloggiava, per un meritato riposo. Arrivati all' albergo gli dico scherzando: "Ci vediamo alle otto e mezzo all' Istituto in Via Derna!". Lui mi coglie di sorpresa e mi risponde: "Va bene!". Alle otto e mezzo sono in Via Derna, ed Ennio è lì che aspetta. Cominciamo a studiare il sistema, l' inizio è buono, le singolarità sono di tipo ordinario e si intravede il motivo della transizione da instabilità a stabilità quando si passa da 6 a 7 dimensioni. Alle dieci arriva Enrico Giusti che si unisce alle nostre forze e due giorni dopo il cono estemale di Simons diventa il primo esempio di ipersuperficie minima con una singolarità.

Ennio non si ferma, ci spiega che il passo successivo è la costruzione di una soluzione non lineare intera dell' equazione delle superficie minime in forma cartesiana. Il primo caso dove questo può avvenire è in dimensione 8, con una soluzione avente come limite all' infinito il cilindro sul cono minimo appena trovato. È quello che Ennio chiama l' anti-Bernstein. Al contrario, ogni soluzione intera è lineare in dimensione al più 7, come scoperto da Bernstein in dimensione 2, dallo stesso De Giorgi in dimensione 3, e da Simons per le dimensioni successive fino a 7. È sabato, siamo stanchi e decidiamo di concederci un giorno di riposo. Ennio tuttavia è infaticabile. La

domenica mi telefona dal rifugio sulle Alpi Apuane dove era andato per una escursione. Mi spiega che tutto si può fare con il metodo delle barriere, occorrono una sottosoluzione ed una soprasoluzione, una minore dell'altra ed ambedue asintotiche al cilindro costruito sul cono di Simons. Se si riesce a fare questo, l'esistenza dell'anti-Bernstein segue dai teoremi di compattezza di De Giorgi e Miranda sulle ipersuperficie minime. Il lunedì si comincia, la sottosoluzione capitola quasi all'istante. C'è un buon candidato per la supersoluzione, funziona bene quasi dappertutto ma va aggiustata in certe zone speciali. Inizia la vera battaglia. Dopo una settimana, innumerevoli lavagnate di calcoli complicati e di verifiche e dopo un assalto finale con De Giorgi alla testa, la soprasoluzione si arrende e l'anti-Bernstein diventa realtà.

Un anno dopo Ennio, commentando amichevolmente questa collaborazione mi disse che sì, era stato un momento bellissimo ma si rammaricava che forse avremmo dovuto impiegarci due anni per farlo, risolvendo ed assaporando il problema passo per passo, centellinandolo come un buon vino.

Negli anni successivi a questi lavori De Giorgi si dedicò moltissimo ai suoi studenti e collaboratori, dando origine ad una fiorente scuola nel campo del calcolo delle variazioni, e più precisamente la teoria degli insiemi di perimetro finito e le superficie di curvatura media costante o assegnata.

De Giorgi è sempre stato estremamente generoso ed onesto con le sue idee, come so bene per esperienza personale. In un lavoro di Enrico Giusti e mio sulla disuguaglianza di Harnack sulle superficie minime, era cruciale ottenere una disuguaglianza di Poincaré per l'intersezione di una ipersuperficie minima con una sfera. Questo era l'ostacolo già emerso a suo tempo quando studiavamo la regolarità delle ipersuperficie minime in forma cartesiana. Come avevo appreso da De Giorgi nella nostra precedente collaborazione, questa disuguaglianza non era vera nella sua forma classica, tuttavia c'era qualche speranza di ottenere un risultato più debole ma ancora sufficiente per le applicazioni. Qui De Giorgi intervenne, con un elegante e profondo argomento per contraddizione, trovando la formulazione precisa del risultato e completando la dimostrazione. Avendo allora richiesto a De Giorgi di diventare coautore del lavoro, dato che il suo contributo era assolutamente essenziale, egli si rifiutò insistendo che era solamente necessario dargli credito nel lavoro per quella parte che aveva svolto, lui aveva soltanto messo il tocco finale. Negli anni successivi De Giorgi si interessò a problemi ancora più delicati del calcolo delle variazioni, quali problemi di regolarità quasi ovunque, problemi con ostacoli e più generalmente problemi con frontiera libera, nei quali il dato al bordo diventa una incognita che deve soddisfare ad equazioni supplementari. Forse ispirato dalle tecniche di compattezza con le quali aveva ottenuto grande successo nei problemi isoperimetrici, De Giorgi cominciò a studiare quali potessero essere i punti limite di funzionali e di soluzioni dei funzionali stessi, in opportune topologie. Qui il suo punto di vista era completamente nuovo, nel senso che la

topologia era determinata dal comportamento delle soluzioni più che dal funzionale stesso. Da qui nacque un nuovo filone originalissimo di lavori, suoi e della sua scuola, su quello che è chiamata la G -convergenza e Γ -convergenza. Questi concetti hanno dato luogo ad una teoria estremamente generale che ancora oggi è ben lungi dall'essere esaurita e che è oggetto di studio da parte di molti matematici.

Per il complesso di questi fondamentali contributi al calcolo delle variazioni e alla teoria delle equazioni ellittiche non lineari, De Giorgi ricevette il Wolf Prize per la Matematica, uno dei più importanti riconoscimenti nel campo delle scienze e delle arti e paragonabile per importanza al premio Nobel.

Questo a cui ho accennato è solamente una parte dei suoi lavori in analisi matematica. Un altro interessantissimo contributo di De Giorgi, ed infatti uno dei suoi primissimi lavori, fu la costruzione di un esempio di non unicità per il problema di Cauchy per equazioni differenziali a derivate parziali. Vanno inoltre ricordate le sue ricerche con Cattabriga sulle soluzioni analitiche in tutto lo spazio euclideo di equazioni differenziali a derivate parziali a coefficienti costanti e con termine noto analitico reale, ed i suoi lavori e le sue idee sulla omogeneizzazione, fondamentali per il successivo sviluppo della Γ -convergenza.

Negli ultimi anni De Giorgi aveva rivolto la sua attenzione a questioni di logica matematica. Di nuovo, il suo punto di vista era estremamente originale e motivato da un profondo desiderio di avere una matematica pienamente consona a descrivere il mondo reale, più di quanto una impostazione assiomatica di tipo bourbakistico riesca a fare. Per comprendere la visione della logica di De Giorgi occorre anzitutto avere una idea della sua visione del mondo.

A questo proposito ebbi occasione di incontrare De Giorgi nel marzo 1994 in un convegno della Fondazione IBM Italia tenuto a Napoli, sul tema: "La matematica per una nuova industria". Confesso che all'inizio il titolo della conferenza di De Giorgi, "Gli assiomi fondamentali della matematica", mi lasciò perplesso. Cosa possono avere a che fare con l'industria, o la nuova industria, gli assiomi e i fondamenti della matematica? Dopo tutto, la matematica nell'industria è sempre legata allo studio di modelli, sia che trattino di automobili, di lattine di birra, di computers o di economia globale. Dopo avere ascoltato la conferenza di De Giorgi e la sua appassionata presentazione, mi resi conto che mi sbagliavo. Cito dall'introduzione di De Giorgi:

In particolare vorrei discutere l'idea che la scelta degli assiomi fondamentali della matematica non è un problema puramente tecnico che interessa solo gli specialisti della logica matematica, anche se può presentare aspetti tecnici di grande complessità — basta pensare alla difficile dimostrazione dell'indipendenza dell'ipotesi del

continuo [dagli assiomi di Zermelo e Fraenkel per la teoria degli insiemi].

De Giorgi continua:

Io credo che il problema degli assiomi sia anche un problema culturale a cui dovrebbero essere interessati tutti gli studiosi di discipline scientifiche e umanistiche che si rendono conto dell'importanza delle relazioni che collegano la matematica agli altri rami del sapere. Probabilmente questo collegamento è molto più profondo e complesso di quanto generalmente si crede, per esempio penso che la matematica non serva tanto all'ingegnere, al fisico, all'economista come strumento per risolvere determinati problemi, ma serva piuttosto come quadro ideale fuori dal quale non sarebbe nemmeno possibile impostare bene molte questioni di ingegneria, fisica, economia ecc.

Nella visione di De Giorgi la matematica ha due caratteristiche parzialmente contraddittorie: l'una, quella di essere largamente influenzata da problemi suggeriti dalla fisica, dall'ingegneria e dai altri campi del sapere (si pensi agli inizi di De Giorgi, proprio nel calcolo delle variazioni), l'altra, fondamentale ma in un certo senso pericolosa, quella di essere una scienza autoreferenziale, cioè in grado di studiare se stessa. Ho parlato appunto di caratteristica pericolosa, in quanto può facilmente condurre ad un bizantinismo sterile, ad un *ludus mathematicus* di complessità sempre più elevata e di interesse sempre più minore. Come conciliare queste due caratteristiche? Limitarsi alla prima caratteristica ha i suoi difetti. Restando solamente nel quadro della matematica utile, parafrasando il detto di Santayana sulla storia, saremmo condannati a ripetere le stesse cose in continuazione senza nemmeno rendercene conto. Infatti, l'equazione che Laplace incontrò nei suoi studi sugli anelli di Saturno cosa può avere a che fare con l'equazione di Laplace discreta per un grafo che rappresenta una rete telefonica? Dal punto di vista della matematica utile, si tratta di due cose completamente distinte. Invece, per il matematico teorico si tratta di due aspetti della stessa fondamentale equazione caratterizzante uno stato di minima energia, applicati a due situazioni fisicamente completamente diverse.

Per De Giorgi la soluzione ottimale, di schietto sapore umanistico, per sciogliere questa alternativa consiste nella ricerca di un equilibrio tra il rigore proveniente dall'adozione di un sistema rigido di assiomi fondamentali e la flessibilità che consegue dall'ammettere sulla scena assiomi in apparenza ridondanti. Un esempio rivelatore viene dato dallo stesso De Giorgi quando parla del concetto di operazioni, dicendo: *possono esistere operazioni diverse che agiscono sugli stessi oggetti e danno gli stessi risultati*, dando come esempio computers e macchine calcolatrici che fanno somme di interi con identici risultati, pur operando internamente in modo diverso. Questo punto di vista è assai originale, dato che al limite porta al rifiuto del concetto

di isomorfismo quale grande strumento universale per identificare oggetti. Gli oggetti studiati da De Giorgi sono più complessi di quelli usuali che il matematico è abituato a studiare, in quanto essi comportano un ulteriore concetto di *qualità* che li distingue *internamente* l'uno dall'altro anche se interagiscono allo stesso modo con altri oggetti.

Al momento della sua scomparsa, De Giorgi stava lavorando attivamente con numerosi collaboratori su un nuovo sistema di concetti di base e di assiomi per i fondamenti della matematica, più ampio del classico sistema di Zermelo e Fraenkel e con caratteristiche proprie. Per De Giorgi le caratteristiche di un buon sistema di assiomi riguardano l'impostazione che dobbiamo dare alla ricerca matematica, al confronto tra matematica ed altre forme del sapere, all'insegnamento della matematica, e deve anzitutto ispirare, nelle parole di De Giorgi, *l'amore della sapienza*.

Proprio in queste parole si rivela l'essenza del pensiero e dell'uomo De Giorgi, che era profondamente religioso. Per De Giorgi, carità, fede, speranza non sono concetti astratti descrittivi complicati stati d'animo o certe azioni, sono invece realtà effettive. La carità è una *moneta di scambio*, come soleva dire parafrasando il motto del Vangelo *date e vi sarà dato*.

In tutta la sua vita De Giorgi ha generosamente dato. Le sue idee sono sempre state come l'acqua di una sorgente montana, fresche e pure. Quello che gli stava più a cuore era la conoscenza e l'avanzamento della matematica, e le sue idee hanno plasmato una generazione di matematici italiani. Ma egli ha anche dato la sua opera fattiva, anche al di fuori della ricerca, in aiuto di chi aveva bisogno. In campo didattico, ha contribuito a programmi di insegnamento di matematica nei paesi del terzo mondo. Ricordiamo inoltre i suoi interventi a favore del matematico Pliusc, di Massera, delle iniziative di Amnesty International ed in appoggio dei Diritti dell'Uomo.

De Giorgi viveva in maniera semplicissima, tra la sua stanzetta al Collegio Timpano e il suo studio alla Scuola Normale. Non aveva automobile, non vestiva in modo ricercato. Ma De Giorgi era ricco, avendo ricevuto il dono della Sapienza, che ha poi condiviso e distribuito a piene mani a tutti i suoi numerosissimi allievi e collaboratori, durante tutta la sua feconda vita.